XI OLIMPIADA SALVADOREÑA DE FÍSICA

MATERIAL DE APOYO PARA OCTAVO GRADO

Nota: puede consultar el material de apoyo de séptimo grado donde podrás encontrar más problemas que te servirán como preparación.

1. Sistemas de Unidades y Conversión de Unidades

La mecánica clásica posee tres magnitudes fundamentales como lo son la masa, la longitud y el tiempo, se les conoce así porque se dice que las demás magnitudes como por ejemplo la fuerza, la velocidad y/o la energía son derivadas de la primeras tres.
El Sistema Internacional de unidades de medidas contempla como magnitudes fundamentales y sus respectivas unidades de medida las mostradas en la tabla 1.

Tabla 1: Magnitudes fundamentales del SI.

Magnitud Fundamental	Unidad de Medida (abreviatura)
Masa	Kilogramo (kg)
Tiempo	Segundo (s)
Longitud	Metro (m)
Temperatura	Kelvin (K)
Carga eléctrica	Coulomb (C)
Intensidad luminosa	Candela (Cd)
Cantidad de sustancia	Mol (mol)

Además del SI, existen otros sistemas de medidas; y ya que no todos los instrumentos de medición que utilizamos se encuentran necesariamente graduados con unidades del SI, surge, para el cálculo de magnitudes derivadas, la necesidad de convertir todas las medidas a unidades de un mismo sistema.

La conversión de unidades es importante, pero también lo es saber cuándo se requiere. En general, lo mejor es usar las unidades fundamentales del SI (longitudes en metros, masas en kilogramos y tiempo en segundos) dentro de un problema. Si la respuesta se debe dar en otras unidades (kilómetros, gramos u horas, por ejemplo), esperar hasta el final para efectuar la conversión.
Las unidades se multiplican y se dividen igual que los símbolos algebraicos ordinarios. Esto facilita la conversión de una cantidad de un conjunto de unidades a otro. La idea clave es que podemos expresar la misma cantidad física en dos unidades distintas y formar una igualdad.

Tabla 2: Equivalencias de unidades, SI, cgs, inglés.

Magnitud	**SI (MKS)**	**CGS**	**Inglés**
Masa	1 kg	1000 g	2.2 lb
Tiempo	1 s	1 s	1 s
Longitud	1 m	100 cm	3.28 pies

Por ejemplo, al indicar que 1 min = 60 s, no queremos decir que el número 1 sea igual al número 60, sino que 1 min representa el mismo intervalo de tiempo que 60 s. Por ello, el cociente 1min/60s es igual a 1, lo mismo que su recíproco 60s/1min. Podemos multiplicar una cantidad por cualquiera de estos factores, sin alterar el significado físico de la misma. Para averiguar cuantos segundos hay en 3 min, escribimos:

$$3 \text{ min} = 3 \text{ min} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 180 \text{ s}$$

Entonces EN 3 MINUTOS HAY 180 SEGUNDOS.

También se utilizan múltiplos y submúltiplos de las unidades de medida, para ello se implementa el uso de prefijos griegos + la unidad de medida; según sea es caso, es necesario conocer sus equivalencias, o lo que es igual, es significado de estos prefijos griegos, que representan potencias de 10. La tabla 3 muestra algunos prefijos griegos y su significado en potencias de 10.

Tabla 3: Prefijos griegos y potencias de 10.

Prefijo	Abreviatura	Notación
deca	da	10^1
hecto	h	10^2
kilo	k	10^3
mega	M	10^6
giga	G	10^9
tera	T	10^{12}
peta	P	10^{15}
exa	E	10^{18}
zetta	Z	10^{21}
yotta	Y	10^{24}

Prefijo	Abreviatura	Notación
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
mili	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}
femto	f	10^{-15}
atto	a	10^{-18}
zepto	z	10^{-21}
yocto	y	10^{-24}

Podemos tratar con diferentes tipos de unidades, por ejemplo, cuando la aguja de un automóvil marca las 30mi/h y queremos saber si excedemos un límite de 40km/h. Procedemos de la siguiente forma:

Forma 1: Evaluamos si la equivalencia de 30mi/h supera o no, dicho límite.

$$30 \ \frac{\text{mi}}{\text{h}} \times \frac{1.609\text{km}}{1\text{mi}} = 48.27 \ \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Por tanto supera el límite.

Forma 2: Evaluamos si la equivalencia de 40km/h supera o no, el valor de la rapidez del auto.

$$40\ \frac{km}{h} \times \frac{1mi}{1.609km} = 24.86\ \frac{mi}{h}$$

Por tanto el límite está por debajo de la rapidez del auto.

Es decir, EL CONDUCTOR DEL AUTOMÓVIL EXCEDE EL LÍMITE DE VELOCIDAD.

2. Cifras significativas y notación científica

Cuando se realizan mediciones directas en instrumentos analógicos, aparecen una o varias escalas, cuando se reporta la lectura solo se deberá brindar las cifras que se puedan leer directamente en la escala que corresponda; cuando se reporta este resultado con el número correcto de cifras, se está indicando la mínima escala del instrumento con el que se realizó la medición. CCada una de estas cifras que se obtienen en una medición y que el operador (quien realiza la medición) está razonablemente seguro de obtener en el instrumento de medición se les denomina cifras significativas. Estas cifras están integradas por aquellas cifras de las que se está seguro y en casos donde el instrumento lo permite, una cifra estimada.

Para las mediciones indirectas es necesario ser muy cuidadosos a la hora de reportar un resultado, ya que si se tienen diferentes magnitudes con distintas cantidades de cifras significativas, es correcto y necesario que el resultado se presente con la menor cantidad de cifras significativas que se tienen; se presenta el ejemplo siguiente, si un joven recorre 13.0 metros (3 cifras significativas) en 9.0 segundos (2 cifras significativas), la rapidez media del joven (obtenida en una calculadora) es 1.4444444m/s, pero a la hora de reportar este resultado lo hacemos como 1.4m/s, tomando en cuenta que la menor cantidad de cifras significativas de las variables que conocemos son 2.

Se conoce como **notación científica** al recurso matemático que se utiliza para simplificar cálculos y representar de manera más fácil, números muy grandes o muy pequeños; para lo cual se utilizan las potencias de diez.

Cuando se usa esta notación, los números se representan como un producto

$A \times 10^n$; Donde

A es un número real mayor o igual que 1 y menor que 10, este recibe el nombre de coeficiente, *n* es un número entero que recibe el nombre de exponente, representa el orden de magnitud de la variable.

Nota: Puede notarse que esta notación es similar al uso de múltiplos y submúltiplos de medidas base (uso de prefijos griegos).

Siempre es mucho más fácil comprender con ejemplos, es por ello que, veamos dos casos.

Caso 1: Convertir 1458.36 a notación científica.

Recordando: el coeficiente debe ser un número entre 1 y 9.

Es por ello que movemos el punto decimal **3** espacios a la **izquierda** y **multiplicamos** por 10 el número de veces como espacios que hemos movido el punto.

$$10 \times 10 \times 10 = 10^3$$

$$1458.36 = 1.45836 \times 10^3$$

Caso 2. Convertir 0.000857124 a notación científica.

Para que el coeficiente sea un número entre 1 y 9 movemos el punto decimal **4** espacios a la **derecha** y **dividimos** por 10, el número de veces como espacios que hemos movido el punto.

$$\frac{1}{10 \times 10 \times 10 \times 10} = \frac{1}{10^4} = 10^{-4}$$

$$0.000857124 = 8.57124 \times 10^{-4}$$

> **Nota:** Si se mueve el punto decimal a la derecha, el exponente será negativo.
> Si se mueve el punto decimal a la izquierda, el exponente será positivo.

De igual forma podemos realizar operaciones con este tipo de notación, únicamente es necesario seguir algunas reglas.

Para sumar o restar: es necesario que la potencia de los números que se sumarán o restarán sea la misma (homogenizar potencias) llevándolas todas a la más alta, y luego se operan los coeficientes como una suma de números decimales, recordando tomar en cuenta la cantidad de cifras significativas justas para cada operación.

$$(8.0 \times 10^5) + (9.8 \times 10^4) = (8.0 \times 10^5) + (0.98 \times 10^5)$$
$$(8.0 \times 10^5) + (9.8 \times 10^4) = (8.0 + 0.98) \times 10^5$$
$$(8.0 \times 10^5) + (9.8 \times 10^4) = 8.98 \times 10^5$$
$$\mathbf{(8.0 \times 10^5) + (9.8 \times 10^4) = 9.0 \times 10^5}$$

Para multiplicar: se multiplican los coeficientes y las potencias se suman (operaciones con potencias de la misma base $10^a \times 10^b = 10^{a+b}$); si el producto de los coeficientes es mayor que 9 o menor que 1, se procede a convertirlo a notación científica y luego la potencia se suma con la encontrada previamente, recordando tomar en cuenta la cantidad de cifras significativas justas para cada operación.

$$(8.0 \times 10^5) \times (9.8 \times 10^{-2}) = (8.0 \times 0.98)(10^5 \times 10^{-2})$$
$$(8.0 \times 10^5) \times (9.8 \times 10^{-2}) = 78.4 \times 10^{5+(-2)}$$
$$(8.0 \times 10^5) \times (9.8 \times 10^{-2}) = 7.84 \times 10^1 \times 10^3$$
$$\mathbf{(8.0 \times 10^5) \times (9.8 \times 10^{-2}) = 7.8 \times 10^4}$$

Para dividir: se dividen los coeficientes y las potencias se suman (operaciones con potencias de la misma base $10^a \div 10^b = 10^{a-b}$); si el producto de los coeficientes es mayor que 9 o menor que 1, se procede a convertirlo a notación científica y luego la potencia se suma con la encontrada previamente, recordando tomar en cuenta la cantidad de cifras significativas justas para cada operación.

$$(8.0 \times 10^5) \div (9.8 \times 10^{-2}) = (8.0 \div 0.98)(10^5 \div 10^{-2})$$
$$(8.0 \times 10^5) \div (9.8 \times 10^{-2}) = 0.82 \times 10^{5-(-2)}$$
$$(8.0 \times 10^5) \div (9.8 \times 10^{-2}) = 8.2 \times 10^{-1} \times 10^7$$
$$(8.0 \times 10^5) \div (9.8 \times 10^{-2}) = 8.2 \times 10^{7-1}$$
$$\mathbf{(8.0 \times 10^5) \div (9.8 \times 10^{-2}) = 8.2 \times 10^6}$$

3. Mecánica, Conceptos Básicos

Aunque el estudio de la mecánica se remonta a los tiempos de Aristóteles y de Arquímedes, sigue teniendo muchas aplicaciones en la actualidad y de es de suma importancia para la comprensión de otras áreas de la física. Hablar de mecánica es hablar de movimiento de los cuerpos. Entre las ramas de la Física, la mecánica se encarga de estudiar todo lo relacionado al equilibrio y movimiento de los cuerpos.

La mecánica formulada por Isaac Newton aborda el estudio de los cuerpos de una manera exhaustiva y con el tratamiento espacial de las magnitudes vectoriales. Es necesario realizar un estudio previo de algunos conceptos básicos antes de introducirse de lleno al estudio de la mecánica. Comenzaremos con algunas definiciones:

- **Magnitud Escalar**

Aquella magnitud física que carece de dirección y sentido, como la temperatura o la masa.

- **Magnitud Vectorial**

Toda magnitud en la que, además de la parte escalar, hay que considerar el punto de aplicación, la dirección y el sentido. Las fuerzas, por ejemplo, son vectores.

- **Partícula**

El sistema partícula se utiliza cuando las dimensiones de los cuerpos en cuestión pueden ser perfectamente despreciadas, es decir se puede considerar que toda la masa del objeto se concentra en un punto.

- **Cuerpo Rígido**

En la física se toma en cuenta el concepto de cuerpo rígido cuando no es posible la utilización del sistema partícula, es decir de considerar las dimensiones de los cuerpos, la ubicación de su centroide, su momento de inercia, etc.

- **Sistema de Referencia**

Para poder brindar la posición de un punto, es necesario tener diferentes partículas fijas, para basarnos en la posición de ellas, se asocia una posición relativa de los cuerpos a estas partículas fijas. El conjunto de partículas fijas en el espacio que se utiliza para posicionar algún punto o cuerpo se le conocen como sistema de referencia.[1]

- **Posición**

El concepto de espacio se asocia a la noción de posición de un punto P. La posición de éste puede definirse mediante tres longitudes mediadas desde cierto punto de referencia, u origen, en tres dimensiones dadas. Estas longitudes se llaman coordenadas de P.

- **Desplazamiento**

Es una magnitud vectorial que se define como el cambio de posición, es decir que cuando vamos del punto A al punto B, nuestro desplazamiento no es el mismo que si vamos en sentido contrario, es decir, del punto B al punto A.

- **Trayectoria**

La curva que un cuerpo describe en el espacio al moverse, se conoce como trayectoria; esto es, el lugar geométrico de las sucesivas posiciones que va ocupando la partícula en su movimiento.

- **Distancia Recorrida (*S*)**

Se representa con la letra ***S***, y su medida, es la longitud de la trayectoria, es decir, la medida de la curva que describe un cuerpo en su movimiento.

- **Velocidad**[2]

Es una magnitud vectorial, que indica el cambio de posición en un tiempo determinado; una representación[3] es $\vec{v} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$

- **Rapidez**

La rapidez es una magnitud escalar, ésta es el módulo (la magnitud) de la velocidad.

- **Velocidad Media**

Se define la velocidad media en un intervalo de tiempo, como el vector que relaciona el desplazamiento de un cuerpo en determinado tiempo. $\left(\vec{\bar{v}} = \frac{\Delta\vec{x}}{t}\right)$

- **Rapidez Media**

Se define, al igual que la velocidad media, en un intervalo de tiempo, y esta es la razón entre la trayectoria de un cuerpo en un tiempo determinado. $\left(\bar{v} = \frac{S}{t}\right)$

- **Aceleración**

Es una magnitud vectorial que se define como el cambio de velocidad en un tiempo determinado, es decir $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

- **Aceleración Media**

Se define la aceleración media en un intervalo de tiempo, como el vector que relaciona el cambio de velocidad de un cuerpo en determinado tiempo $\left(\vec{\bar{a}} = \frac{\Delta\vec{v}}{t}\right)$

---

[1] Para los problemas propuestos en esta olimpiada, la representación matemática del marco de referencia será el plano cartesiano, con coordenadas x, y, z.

[2] Es necesario indicar que la descripción matemática de la velocidad varía para los diferentes tipos de movimiento que se estudien, ya sea, en nuestro caso, rectilíneo o curvo, acelerado o con velocidad constante.

[3] El símbolo Δ indica un cambio, es decir, $\Delta x = x_{final} - x_{inicial}$

4. Vectores

Un vector es una magnitud física definida por un punto del espacio donde se mide dicha magnitud, además contiene un módulo (o longitud), su dirección (u orientación) y su sentido (que distingue el origen del extremo). Al representar gráficamente un vector, diferenciamos sus componentes tal como muestra la siguiente figura.

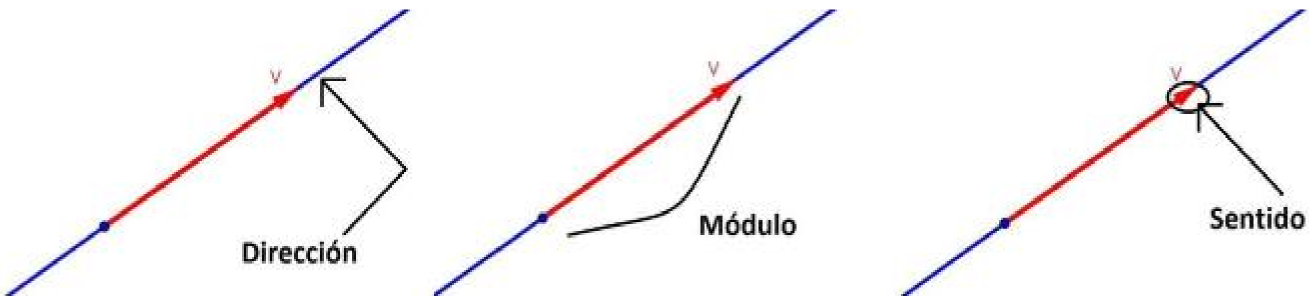


Figura 1: Componentes de un vector.

Al igual que con las magnitudes escalares, las magnitudes vectoriales pueden realizarse diferentes tipos de operaciones, como la suma, resta y los diferentes tipos de productos, *escalar por vector, vector por vector.*

Método del paralelogramo

Permite sumar vectores de dos en dos; consiste en disponer gráficamente los dos vectores de manera que los orígenes de ambos coincidan en un punto, trazando rectas paralelas a cada uno de los vectores, en el extremo del otro y de igual longitud, formando así un paralelogramo.
El vector resultado de la suma es la diagonal de dicho paralelogramo que parte del origen común de ambos vectores.

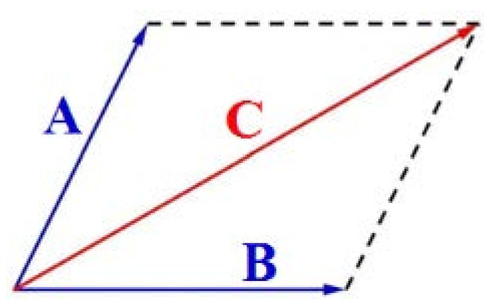


Figura 2: Método del paralelogramo para la suma de vectores.

Método del polígono

Consiste en disponer gráficamente un vector a continuación de otro ordenadamente: el origen de cada uno de los vectores coincidirá con el extremo del siguiente. El vector resultante es aquel cuyo origen coincide con el del primer vector y termina en el extremo del último.

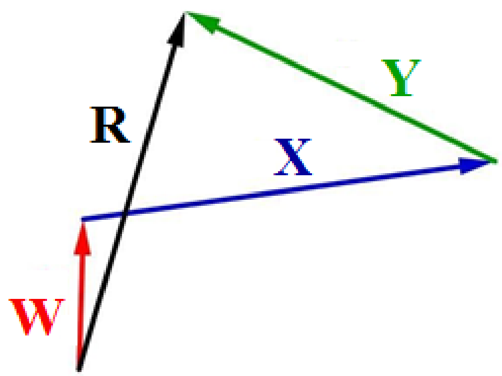


Figura 3: Método del polígono para la suma de vectores.

5. Desplazamiento

Ahora ampliaremos algunos conceptos descritos en la sección anterior. El desplazamiento se representa con una flecha que va desde la posición inicial hasta la posición final. Como ya lo sabes esta flecha se llama vector.

En la imagen de la derecha, se muestra un río, al transitar el río en barco necesariamente tenemos que recorrer la trayectoria que se muestra en rojo.
La longitud de esa trayectoria es la distancia recorrida. En amarillo se muestra el cambio de posición, desde antes de tomar la curva, hasta haberla dejado.
Observe que para el desplazamiento no interesa la trayectoria que haya seguido, solo interesa el cambio de la posición, es decir la posición inicial y la posición final.

Figura 4.

Ojo: la magnitud del desplazamiento es la distancia en línea recta desde la posición inicial hasta la posición final. En otras palabras es la longitud del vector.

Ejemplo 1:

Ana tenía que trasladarse desde A hasta B, y se trasladó en su vehículo. Ella no pudo girar a la derecha al llegar a D por que el giro a la derecha está prohibido ahí. Por lo que tuvo que ir por el rededor del parque y hacer el recorrido mostrado hasta llegar a B.

Represente el vector desplazamiento como se mencionó y se mostró anteriormente.

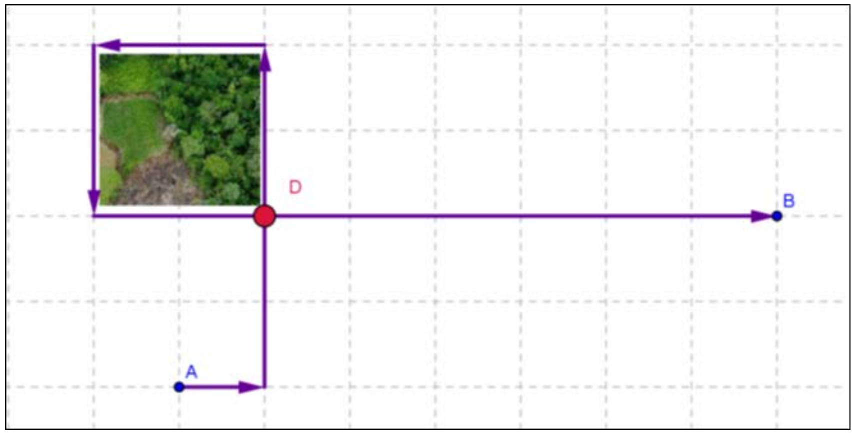


Figura 5.

Solución:

El vector desplazamiento parte de la posición inicial A hasta la posición final B, porque lo que el vector es una flecha que va desde A hasta B. El dibujo queda así:

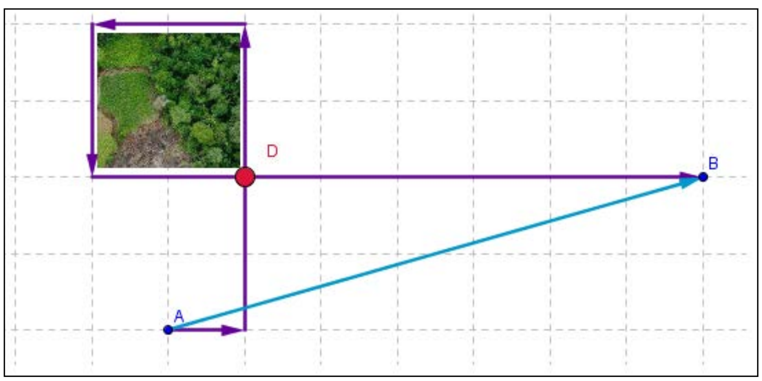


Figura 6: Desplazamiento y trayectoria, ejemplo 1.

Este vector, como todos, tiene magnitud y sentido, la magnitud es la distancia en línea recta entre las posiciones y el sentido es desde la posición inicial hasta la final.

Por ejemplo en este caso la magnitud del desplazamiento es aproximadamente 7.3 cuadras, es lo que se recorrería al ir en línea recta desde A hasta B.

En el dibujo del trayecto de Ana, los lados de los cuadritos tienen longitud de 100m, encuentra el valor de la distancia recorrida en el trayecto.________________

El desplazamiento es un **vector** siendo la **magnitud del desplazamiento** la distancia entre los puntos inicial y final. Compara esta magnitud del desplazamiento que fue de 728m, con la distancia recorrida. ¿Cuál es mayor? ¿Siempre será mayor?

Ejemplo 2:
Imagine que Juan está trotando en una cancha y va de una meta a otra, ida y vuelta una y otra vez, si al terminar de trotar ha recorrido de una meta a otras 6 veces, y la cancha mide 100m de meta a meta ¿Cuánto es la distancia recorrida por Juan y cuanto es el desplazamiento?

Solución:
La distancia recorrida al ir de una meta a otra es 100m, como fue de una meta a otra 6 veces, recorrió entonces 600m. Luego como recorrió de meta a meta 6 veces eso quiere decir que terminó en la misma meta donde comenzó a trotar, por lo tanto el desplazamiento es cero.

Ejemplo 3:
Imagine ahora que se está caminando en círculos, y ha dado 8 vueltas exactas, cada vuelta son 100m de caminata. ¿Cuál es la distancia recorrida? ¿Cuál es el desplazamiento?

Solución:
La distancia recorrida son 800m, pues por cada vuelta se recorren 100m y como son 8 vueltas, en total son 800m recorridos.

El desplazamiento es cero pues como son 8 vueltas exactas, la posición inicial es la misma posición donde termina el recorrido, es decir, la posición inicial es igual a la posición final. El vector es uno que comienza y termina en el mismo lugar y por lo tanto es cero.

Resuelve los ejercicios 1, 2 y 3, que se muestran en la sección "Ejercicios Propuestos".

A nosotros nos interesa aplicar estos términos físicos al movimiento rectilíneo, para ello utilizaremos el sistema coordenado "recta numérica" y el origen se escogerá en cada problema. Veamos algunos ejemplos utilizando este sistema de referencia.

Ejemplo 4:
Se deja caer un tomate de la parte más alta de un faro cuya altura es 100m, a un costado del faro se encuentra el mar, a 20m debajo de la base del faro. Tomando como positivo el sentido hacia arriba encuentre el desplazamiento y la distancia recorrida al terminar su recorrido en la superficie del mar donde se destripó.

Solución:
Podemos elegir un sistema coordenado representado por una línea recta como se muestra en la figura. También debemos escoger el origen, en este caso lo hemos colocado en la base del faro. El origen se pudo haber colocado a cualquier otra altura sin problema.

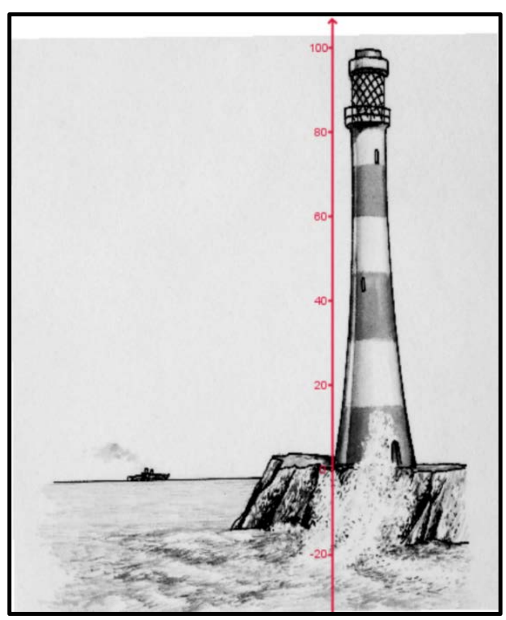


Figura 7.

Ahora que ya hemos establecido el sistema coordenado y el origen, podemos escribir las posiciones iníciales y finales del tomate.

- Posición inicial: 100m
- Posición final: –20m

Desplazamiento = Posición final – Posición inicial
= (–20m) – (100m)
= –120m

El desplazamiento es por tanto –120m, encontremos la distancia recorrida:

La distancia recorrida desde la punta del faro hasta la base es 100m, y desde la base hasta la superficie del mar 20m, la distancia total recorrida es por tanto 100m + 20m = 120m
Te sugerimos resolver el ejercicio 4.

Formalmente la fórmula del desplazamiento se escribe así:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i \qquad \text{Ecuación 1}$$

Donde $\vec{r}$ es el vector posición, $\vec{r}_f$ es la posición final, $\vec{r}_i$ es la posición inicial y Δ se llama delta y significa cambio, así $\Delta\vec{r}$ significa cambio de la posición, es decir desplazamiento. Note que nuevamente el cambio de la posición o desplazamiento es la posición *final menos la inicial.*

Como ya mencionamos en el movimiento rectilíneo los vectores pueden escribirse con un número con su respectivo signo, recordemos:

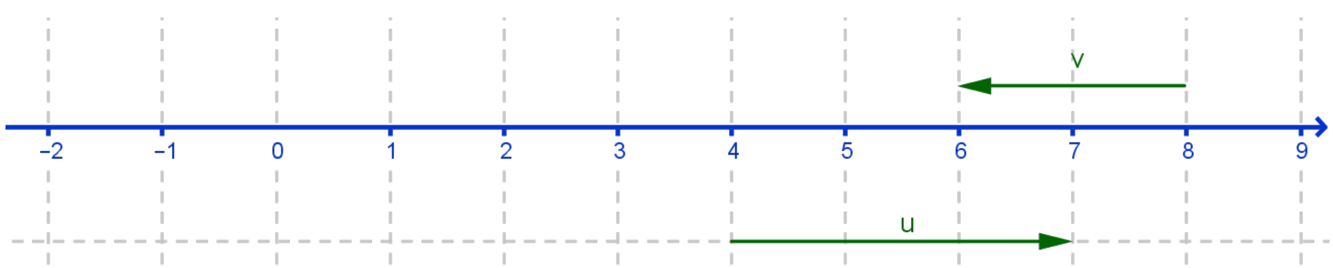


Figura 8.

Por ejemplo el vector **u** se representa por 3 y **v** por –2. Así **u**= 3 y **v**= –2

Así para el ejemplo 3 tenemos: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i = (-20\text{m}) - (100\text{m}) = -120\text{m}$
Observe que este es un nuevo vector de magnitud 120m y que apunta hacia el sentido negativo, para el caso del faro el sentido negativo es hacia abajo, así el vector desplazamiento $\Delta\vec{r} = -120\text{m}$ nos indica que el desplazamieto fue de 120m hacia abajo.

Ejemplo 5:

Una pelota se deja caer sobre un trampolín desde 3m por encima de él, cae sobre el trampolín y rebota hasta alcanzar una altura máxima de 1.5m sobre el trampolín, donde la mano de Alfonso toma la pelota antes de que descienda nuevamente. Tomando como positivo hacia arriba y el origen a la altura de la lona del trampolín:

a) Calcular el desplazamiento desde que la pelota comenzó a moverse hasta que la pelota tocó el trampolín.
b) Calcule el desplazamiento desde que toca el trampolín hasta que Alfonso la tomo en su mano.
c) Represente los vectores de ambos desplazamientos, describa la magnitud y dirección de cada uno y de una interpretación de los vectores.

Figura 9.

d) Calcule el desplazamiento desde que la pelota comienza a moverse hasta que Alfonso la toma en su mano, hágalo de tres formas diferentes:
   - A partir de las posiciones inicial y final del recorrido total
   - Por suma de vectores algebraicamente
   - Por suma de vectores gráficamente
e) Calcule la distancia total recorrida.

Solución:

a) Coloquemos el origen a la altura de la lona, entonces la posición inicial de la bola es 3m y la posición final es 0m. El desplazamiento es por lo tanto $\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i = 0m - 3m = -3m$

b) Para este literal la posición inicial es 0m y la final 1.5m. Entonces el desplazamiento es como sigue: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i = 1.5m - 0m = 1.5m$

c) En rojo se muestra el primer desplazamiento, su magnitud es 3m, la dirección es en el sentido negativo. En negro se muestra el segundo desplazamiento, su magnitud es de 1.5m y su sentido es positivo. Lo cual indica que el primer desplazamiento fue mayor y hacia abajo y el segundo fue menor y fue hacia arriba.

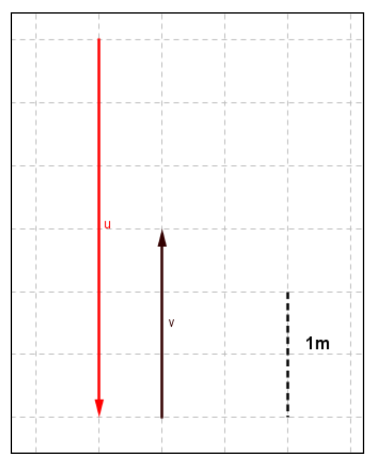


Figura 10.

d) <u>Primera forma:</u> Ahora la posición inicial es 3m y la final 1.5m. Entonces el desplazamiento es como sigue: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i$ = 1.5m − 3m = −1.5m

<u>Segunda forma:</u> $\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}_1 + \Delta\vec{r}_2$ = (− 3m) + (1.5m) = −1.5m

<u>Tercera forma:</u> Como ya sabemos para sumar gráficamente dos vectores, los colocamos punta con cola. Y el resultado de la suma es el vector que parte desde la cola del primero hasta la punta del segundo. Entonces sumamos el vector rojo con el negó, colocando la cola del negro en la punta del rojo, y la suma de estos dos es el vector que sale de la cola del rojo hacia la punta del negro, es decir el vector verde. Este vector tiene magnitud 1.5m y es hacia abajo y por tanto es negativo. Por lo que el desplazamiento es −1.5m

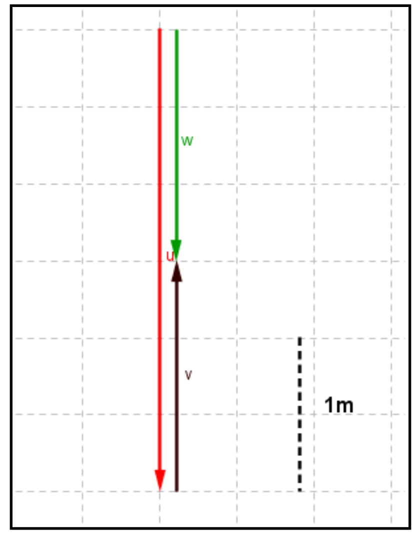


Figura 11.

Te sugerimos resolver el ejercicio 5.

Ahora deduciremos unas ecuaciones importantes que pueden parecerte obvias. Nosotros sabemos que $\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i$ ahora nuestro proposito es conocer la posición final $\vec{r}_f$ cuando ya conozcamos el desplazamiento $\Delta\vec{r}$ y la posición inicial $\vec{r}_i$

Partimos de	$\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i$
Sumamos a ambos lados $\vec{r}_i$	$\vec{r}_i + \Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i + \vec{r}_i$
$-\vec{r}_i + \vec{r}_i$ es igual a cero	$\vec{r}_i + \Delta\vec{r} = \vec{r}_f + 0$
$\vec{r}_f + 0 = \vec{r}_f$	$\vec{r}_i + \Delta\vec{r} = \vec{r}_f$

Entonces tenemos que $\vec{r}_f$ es igual a $\vec{r}_i + \Delta\vec{r}$ y podemos reescribirla la ecuación así

$$\vec{r}_f = \vec{r}_i + \Delta\vec{r} \qquad \text{Ecuación 2}$$

Así si la posición inicial fue 30m al Norte de la ciudad, y se desplazó 8m al sur. Podemos tomar el sentido Norte como positivo y hacia el sur como negativo, entonces:

$$\vec{r}_f = \vec{r}_i + \Delta\vec{r} = 30m + (-8m) = 30m - 8m = 22m$$

Deduciremos ahora otra ecuación similar, pero ahora para conocer la posición inicial.

Partiremos de la Ecuación 2.	$\vec{r}_f = \vec{r}_i + \Delta\vec{r}$
Restamos a ambos lados $\Delta\vec{r}$	$\vec{r}_f - \Delta\vec{r} = \vec{r}_i + \Delta\vec{r} - \Delta\vec{r}$
$-\vec{r}_i + \vec{r}_i$ es igual a cero	$\vec{r}_f - \Delta\vec{r} = \vec{r}_i + 0$
$\vec{r}_f + 0 = \vec{r}_f$	$\vec{r}_f - \Delta\vec{r} = \vec{r}_i$

Entonces tenemos que $\vec{r}_i$ es igual a $\vec{r}_f - \Delta\vec{r}$ y podemos reescribirla la ecuación así

$$\vec{r}_i = \vec{r}_f - \Delta\vec{r} \qquad \text{Ecuación 3}$$

Ahora puedes resolver los literales a y b del ejercicio siete.

6. Velocidad y rapidez

En el desarrollo de este tema notaras una gran similitud con los procesos que se llevaban a cabo en el tema anterior, veras que ahora involucraremos una variable más: el tiempo. Existen dos tipos de velocidad: media e instantánea, de igual forma hay dos tipos de rapidez: media e instantánea. ¿Qué significa cada uno de esos calificativos? La respuesta a esta interrogante la encontrarás terminando el tema. Trabajaremos en la comprensión de esos conceptos físicos como en los procedimientos, no te asombres si en algún momento discutimos un movimiento que no sea rectilíneo, solo lo discutiremos a nivel conceptual (compresión de los conceptos), no habrán ejercicios donde se de este movimiento, pero si preguntas teóricas sobre ellos.

Velocidad media y rapidez media

Comenzaremos con las definiciones:

> Definición: Rapidez Media
> Se define rapidez media como la razón entre la distancia recorrida en un (intervalo de tiempo) y ese tiempo.
>
> Rapidez media = Distancia recorrida □tiempo   Ecuación 4

Por ejemplo imagine que el barco que recorre la trayectoria roja en la imagen 3 se tarda 15 minutos en hacer el recorrido, y que la longitud de la trayectoria es de 210 metros. La rapidez media de ese recorrido es:

$$\frac{210m}{15min} = 14m/min$$

Y se lee catorce metros por minuto.

Note que en este caso no interesa hacia donde haya recorrido los 210 metros. Imagine que ahora una persona camina en línea recta y que recorre un total de 210m y tardo 15 minutos en ello, la rapidez media resulta nuevamente 14m/min, al igual que el ejemplo anterior.

> En la rapidez media no interesa la dirección, solo interesa cuanta distancia se ha recorrido y en cuanto tiempo. Es una cantidad escalar.

¿Cuál es el significado físico de la rapidez media?
La rapidez media es la rapidez constante a la cual debe de mantenerse un móvil para recorrer esa misma distancia en ese mismo tiempo.
Es decir que si un carro hubiese mantenido su marcador a 14m/min durante los 15 minutos sin que el marcador cambie, este habrá recorrido 210 metros.

Definiremos ahora la velocidad media

Definición: Velocidad Media

Se define velocidad media como el desplazamiento "entre el tiempo" que transcurrió al desplazarse. Y la denotaremos por $\overline{\mathrm{V}}$

Velocidad media = $\overline{\mathrm{V}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_f - \vec{r}_i}{t_f - t_i}$ Ecuación 5

Donde $\Delta\vec{r}$ es nuevamente el desplazamiento y Δt el tiempo que toma desplazarse. Note que la velocidad media es un vector por una cantidad escalar, y esto resulta un vector con igual dirección y sentido que el vector desplazamiento, pero representa una magnitud física diferente.

$$|\overline{\mathrm{V}}| = \frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t} \qquad \text{Ecuación 6}$$

Donde $|\Delta\vec{r}|$ es la magnitud del desplazamiento, en otras palabras, la distancia entre la posición inicial y la posición final.

¿Qué significa físicamente la velocidad media?
Es el vector que indica la dirección en que se debe desplazar un cuerpo y la rapidez con que debe hacerlo para lograr ese desplazamiento en ese tiempo, manteniendo constante tanto la rapidez y la dirección.

Ojo: cuando hablamos de velocidad media y rapidez media, la magnitud de la velocidad no coincide con la rapidez, a menos que cumpla ciertas características.
Esto lo veras más claramente en el siguiente ejemplo.

<u>Ejemplo 6:</u>
En el ejemplo 3 suponga que inicia en el extremo de la pista que está más al norte, y se recorre 7 vueltas y media. Calcule la distancia recorrida y el desplazamiento, sabiendo que la pista es circular y que su diámetro es aproximadamente 32 metros. Calcule también la rapidez media y la velocidad media sabiendo que el recorrido lo logró en 6 min.

<u>Solución:</u>
En cada vuelta son 100m de caminata. La distancia recorrida es entonces 7.5 por 100m, lo que resulta 750m.

La posición inicial es el extremo de la cancha que está más al norte y como da 7 vueltas y media, su posición final es el extremo de la pista que está más al sur. Por lo tanto se ha desplazado en línea recta hacia el sur, recorriendo una distancia igual al diámetro. Entonces el desplazamiento es 32m al sur.

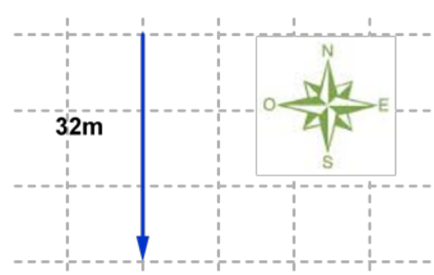


Figura 12.

Para calcular la rapidez media utilizamos la ecuación 4, así:
Rapidez media = 750m/6min = 125 m/min

Para calcular la velocidad media calculamos primero su magnitud[4], utilizamos la ecuación 6 así:

$$|\overline{\mathrm{V}}| = \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \frac{32m}{6min} = 5.33\ m/min$$

Ahora, como la dirección del desplazamiento es hacia el sur, y la dirección de la velocidad media es la misma que la de la velocidad media, la velocidad media es igual a 5.33m/min hacia el sur.

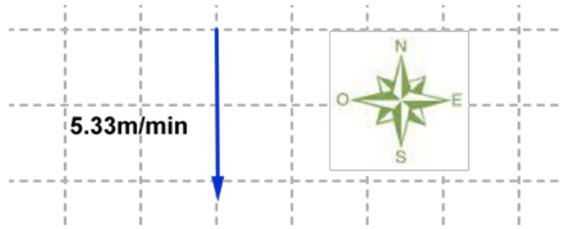


Figura 13.

Ojo: comparar el vector desplazamiento con el vector velocidad no tiene sentido, porque son dos magnitudes físicas distintas, compararlos sería similar a comparar los litros que caben en un tanque con los metros que tiene de profundidad, aunque guardan una relación entre ellos, no podemos decir que uno es más grande que otro, porque son dos cosas distintas.

Si ya estudiaste la conversión de unidades sabrás que 5.33 **m/min**= 320 **m/h**. y así la magnitud de la velocidad es la misma, y nuevamente no podemos decir que la magnitud de la velocidad (320 **m/h**) es mayor que la magnitud del desplazamiento (32**m**) pues siguen siendo dos magnitudes físicas distintas.

Velocidad instantánea y rapidez instantánea

Es de nuestro conocimiento que si realizamos un viaje en el cual recorremos 200km y tardamos 2 horas en ello, la rapidez media fue de 40km/h.
Es posible que durante ese viaje nos hayamos detenido a poner gasolina, o en algún semáforo, o hayamos avanzado muy despacio por el congestionamiento, además pudo ser que en un buen tramo de la autopista hayamos ido a 80km/h. Esto quiere decir que nuestra rapidez no ha sido siempre de 40km/h, en unos intervalos ha sido mayor y en otros ha sido menor, incluso ha sido de 0km/h mientras hemos estado detenidos.

Esto nos obliga a distinguir entre rapidez media ya estudiada y rapidez instantánea:

Rapidez media: es la media[5] de todas las rapideces instantáneas y la calculamos dividiendo la distancia entre el tiempo.

[4]Si hubiésemos colocado un sistema de referencia, con la recta y definiendo el origen, hubiésemos podido aplicar la ecuación 5. Pero como omitimos ese proceso, primero encontramos su magnitud y luego le daremos la misma dirección que el desplazamiento.
[5] Media aritmética ponderada: se pondera por el tiempo que se mantiene cada rapidez y se divide por el tiempo total.

Rapidez instantánea: es la rapidez en un instante cualquiera, en un tiempo específico.
Por ejemplo, los automóviles tienen un marcador que llamamos "velocímetro" físicamente la palabra de ese medidor está mal, debería ser rapidómetro, pues este marca bastante bien la rapidez a la que vamos en ese momento. Entonces imagine que el medidor marca a las 9:00 am 30km/h, esta es la rapidez en el instante 9:00 am es decir es rapidez instantánea.

De igual forma si realizamos un viaje en el que tenemos que hacer entregas a distintas horas en diferentes negocios en cierta calle, es muy posible que nos toque pasar por el mismo lugar más de una vez. Imagine que la calle está orientada de oeste a este y se tiene que repartir hielo en varios negocios. Coloquemos el origen en nuestro negoció a las 7:00 am y supongamos las siguientes entregas.

Tiendas Margot 7:15 am
Empanadas Celina 7:55 am
Comedor Sarita 8:10 am

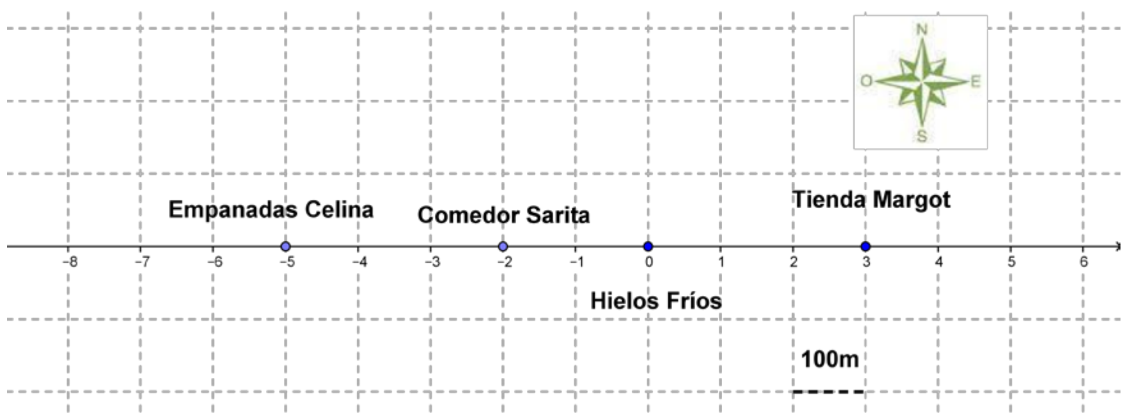


Figura 14.

Al calcular la rapidez media desde que salimos de Hielos Fríos hasta finalizar en el Tienda Margot, esta es igual a (300m)/15min =20 m/min, es decir de 20 m/min hacia el Este.

Pero nosotros, durante algún momento en el camino, vemos el "velocímetro" marcando 30 m/min. Resulta que durante nuestro viaje no íbamos todo el tiempo a 20 m/min, en algún momento íbamos a 10 m/min, otro momento a 20 m/min, este cambio en la rapidez, hizo cambiar nuestra rapidez media. En este caso, nuestro desplazamiento se ha hecho sobre una línea recta por lo que la magnitud de nuestra velocidad media coincide con la rapidez media.
Recordemos que la velocidad es un vector y consta de una dirección y una magnitud, si una de estas dos cambia, la velocidad cambia.

¿Qué es entonces la velocidad instantánea?

La **Velocidad Instantánea** es la velocidad en un tiempo específico y es un vector tangente a la trayectoria y su magnitud es la rapidez instantánea.

En el caso del movimiento rectilíneo la velocidad solo puede seguir dos sentidos. La dirección del vector velocidad es igual al sentido hacia el cual se desplaza el cuerpo en ese instante y su magnitud es la rapidez instantánea.
A partir de este momento nos referiremos a las velocidad instantánea y rapidez instantánea solamente como velocidad y rapidez, sin su calificativo de instantánea.

¿Qué significa velocidad constante?
Significa que la velocidad no cambia, por lo tanto: no cambia su dirección y tampoco su magnitud. Si una de estas dos cambia, la velocidad no es constante.

Si la **velocidad** es **constante** entonces se cumple que

- La rapidez es constante y por lo tanto la rapidez media y la instantánea son la misma.
- $\vec{\mathrm{V}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$, $\Delta \vec{r} = \vec{\mathrm{V}}\,\Delta t$ y $\Delta t = \frac{X_f - X_i}{\mathrm{V_x}}$ donde X_f y X_i son las posiciones inicial y final en el movimiento rectilíneo y $\mathrm{V_x}$ la magnitud de la velocidad.

Ojo: si la velocidad no es constante las fórmulas anteriores no se cumplen.

7. Movimiento Rectilíneo Uniforme

La característica fundamental de un Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU) es que su velocidad (vector) es constante y por lo tanto su trayectoria es una línea recta. Es necesario recordar que la velocidad es un vector, por lo tanto posee módulo, dirección y sentido. En este sentido, tanto la magnitud y la dirección de la velocidad, son constantes.
Dado que la velocidad es constante, la rapidez tiene el mismo valor en cualquier instante de tiempo, y la distancia recorrida será directamente proporcional al tiempo transcurrido,

$$v = \frac{x}{t} \qquad \text{Ecuación 7}$$

con v, rapidez, x distancia recorrida y t tiempo. Por lo tanto, al graficar la posición en función del tiempo, obtendremos una gráfica de una línea recta, donde la pendiente es la velocidad.

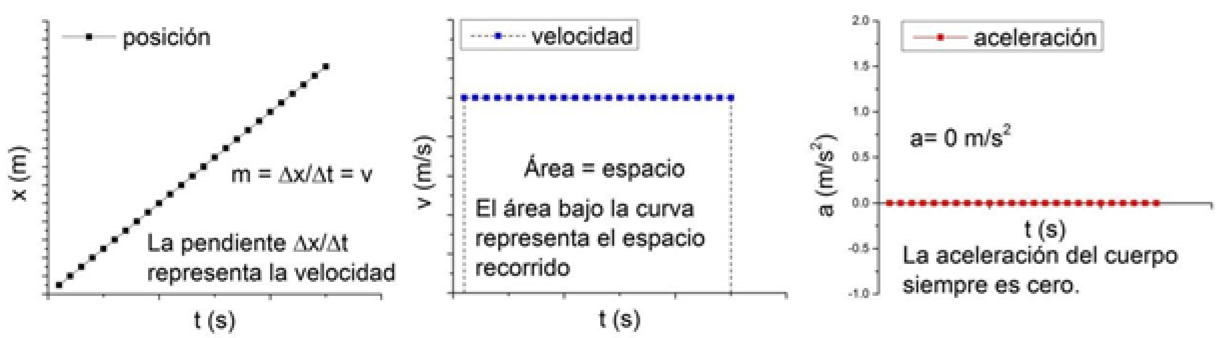


Figura 4: Gráficas de posición, velocidad y aceleración de un cuerpo en MRU.

En la figura 4 puede observarse que la velocidad es la misma en todo el intervalo, y que la aceleración de este movimiento, es CERO. En las gráficas de velocidad contra tiempo el área bajo la curva representa la distancia recorrida.

8. Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado

Así como la velocidad describe la tasa de cambio de posición con el tiempo, la aceleración describe la tasa de cambio de velocidad con el tiempo. Al igual que la velocidad, la aceleración es una cantidad vectorial. En el movimiento rectilíneo, su única componente distinta de cero está sobre el eje en que ocurre el movimiento. Como veremos, en el movimiento rectilíneo la aceleración puede referirse tanto a aumentar la rapidez como a disminuirla.

Se define la aceleración media de la partícula al moverse de P_1 a P_2 como una cantidad vectorial cuya componente x es $a_{med\text{-}x}$ igual a Δv_x, el cambio en la componente x de la velocidad, dividido entre el intervalo de tiempo Δt:

$$a_{med-x} = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$$

Movimiento con aceleración constante

El movimiento acelerado más sencillo es el rectilíneo con aceleración constante. En este caso, la velocidad cambia al mismo ritmo todo el tiempo. Se trata de una situación muy especial, aun cuando ocurre a menudo en la naturaleza.

Cuando la aceleración a_x es constante, la aceleración media $a_{med\text{-}x}$ para cualquier intervalo es a_x:

$$a_x = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \qquad \text{Ecuación 8}$$

Sean ahora $t_1 = 0$ y t_2 cualquier instante posterior t. Simbolizamos con v_{0x} la componente x de la velocidad en el instante inicial $t = 0$; la componente x de la velocidad en el instante posterior t es v_x.

$$v_x = v_{0x} + a_x t \qquad \text{Ecuación 9}$$

Podemos interpretar la ecuación como sigue, la aceleración a_x es la tasa constante de cambio de velocidad, es decir, el cambio en la velocidad por unidad de tiempo. El término $a_x t$ es el producto del cambio en la velocidad por unidad de tiempo, y el intervalo de tiempo t; por lo tanto, es el cambio total de la velocidad desde el instante inicial $t = 0$ hasta un instante posterior t. La velocidad v_x en cualquier instante t es entonces la velocidad inicial v_{0x} (en $t = 0$) más el cambio en la velocidad $a_x t$.
También podemos obtener otra expresión para $v_{med\text{-}x}$ que sea válida sólo si la aceleraciones constante,

$$v_{med-x} = \frac{v_{0x} + v_x}{2} \quad \text{(sólo válida con aceleración constante) Ecuación 10}$$

También podemos derivar la ecuación:

$$x = x_0 + v_{0x} t + \tfrac{1}{2} a_x t^2 \qquad \text{Ecuación 11}$$

Físicamente, esta ecuación nos indica que, la posición de un cuerpo (en una dimensión), con un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado viene dado por la posición inicial, más el aporte de la velocidad inicial en el intervalo de tiempo t, si el cuerpo tuviera un movimiento rectilíneo uniforme; más una distancia adicional causada por el cambio de velocidad. (Para el caso en el que se desee, puede ser utilizada para cualquiera de las 3 dimensiones por separado, ya que el movimiento en una dimensión no afecta a el movimiento en otra, a no ser que las condiciones del entorno lo modifiquen de esta manera; un ejemplo podría ser que si una persona se encuentra caminando en línea recta, la altura a la que esta persona se encuentra no cambiaría a no ser que se encuentre en un plano inclinado.)

Otras ecuaciones útiles, que se derivan de las ecuaciones anteriores, son:

$$v_x^2 = v_{ox}^2 + 2a_x(x - x_O) \quad \text{(sólo válida con aceleración constante) Ecuación 12}$$

$$x - x_O = \frac{(v_{ox} + v_x)}{2}\, t \quad \text{(sólo válida con aceleración constante) Ecuación 13}$$

Caída libre

El ejemplo más utilizado sobre el movimiento de cuerpos con aceleración constante es la caída de un cuerpo bajo la influencia de la gravedad de la Tierra. Al omitirse los efectos del aire; todos los cuerpos en un lugar específico caen con la misma aceleración hacia abajo, sea cual fuere su tamaño o peso. Si además la distancia de caída es pequeña en comparación con el radio terrestre, y si ignoramos los pequeños efectos debidos a la rotación de la Tierra, la aceleración es constante. El modelo idealizado que surge de tales supuestos se denomina caída libre, aunque también incluye el movimiento ascendente.

La aceleración constante de un cuerpo en caída libre se llama aceleración debida a la gravedad, y denotamos su magnitud con la letra g. Por lo regular, usaremos el valor aproximado de g cerca de la superficie terrestre:

$$g = 9.8\,{}^{m}/{}_{s^2} = 980\,{}^{cm}/{}_{s^2}$$

MATEMÁTICA

1. Álgebra

Es importante conocer matemática para desarrollar conceptos físicos, la matemática será el lenguaje que se utilizará para describir los diferentes fenómenos físicos. Las variables pueden representarse por letras a, b, c... x, y, z... α, β... En todas las ecuaciones, las magnitudes físicas se representan por medio de estas letras, como ejemplo, podemos referirnos a la ecuación (1) donde la velocidad, posición y tiempo se representan por v, x y t, respectivamente. Utilizando esta expresión matemática hemos descrito el fenómeno para el movimiento rectilíneo uniforme (velocidad constante).

En la solución de algunos problemas, es necesaria la implementación y utilización de ecuaciones, es por ello que es indispensable conocer la forma correcta de trabajar con ellas.

Las ecuaciones se componen de dos partes:

$$\overbrace{2x-3}^{\text{Primer miembro}} = \overbrace{-3x+2}^{\text{Segundo miembro}}$$

Términos

Figura 4: Partes de una ecuación.

Cuando un término pasa del primer miembro al segundo miembro, o viceversa, éste realiza la operación contraria en el nuevo miembro; es decir, si en el caso de la ecuación de la figura 4 podemos realizar las siguientes operaciones para obtener el valor de la variable x.

$2x-3=-3x+2$	De un lado la variable "x" y del otro lado los términos independientes
$2x=-3x+2+3$	"3" se encuentra restando en el 1^{er} término, cuando pasa al 2^0, va restando
$2x+3x=2+3$	"3x" se encuentra restando en el 2^0 término, cuando pasa al 1^0, va restando
$5x=5$	Se realizan las operaciones aritméticas necesarias
$x=\frac{5}{5}$	En el 1^{er} término el "5" multiplica a la "x"; entonces, pasa a dividir en el 2^0
$x=1$	El valor de la variable "x" en esta ecuación es 1

Además de saber despejar y resolver ecuaciones de primer grado será de grado es necesario saber resolver ecuaciones de segundo grado, no se les exigirá un método en específico pero basta con saber aplicar la formula general para resolverlas.

$ax^2+bx+c=0$	Forma general de una ecuación de segundo grado
$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$	Solución general de una ecuación cuadrática.
$x+8x+15=0$	Al observar esta ecuación podemos identificar el valor de "a", "b" y "c" y sustituir sus valores en la ecuación para calcular los valores de "x"

$$a=1, b=8, c=15$$
$$x=\frac{-8\pm\sqrt{8^2-4(1)(15)}}{2(1)}$$

$$x=\frac{-8\pm 2}{2}$$
$$x=-3, x=-5$$

Otro recurso, del cual tenemos que contar en ocasiones para resolver algunos problemas, es resolver un sistema de ecuaciones. Nos enfocaremos en un sistema de ecuaciones lineales de dos incógnitas. Un sistema de dos ecuaciones de dos incógnitas tiene como solución un par de números, uno para cada variable, que satisfacen ambas ecuaciones.

Para resolver un sistema de ecuaciones de estos, existen varios métodos: sustitución, igualación, reducción, determinantes y gráfico. En este caso haremos alusión a los métodos de sustitución e igualación.

- **Sustitución**
  - Se despeja una de las incógnitas en una de las ecuaciones.
  - Ahora se sustituye esa expresión encontrada, en lugar de la incógnita en la otra ecuación.
  - Se resuelve la ecuación de una incógnita resultante.
  - El valor encontrado se sustituye en la otra ecuación y se obtiene la solución al sistema.

$$2x + 3y = 1 \quad e \quad 3x + 5y = 2$$

Despejando

$$x = \frac{1-3y}{2}$$

Sustituyendo la expresión

$$3\frac{1-3y}{2} + 5y = 2$$
$$3 - 9y + 10y = 4$$
$$y = 1$$

Sustituyendo el valor

$$x = \frac{1-3(1)}{2}$$
$$x = -1$$

Así las soluciones son $x = -1 \quad e \quad y = 1$.

- **Igualación**
  - Se despeja una de las incógnitas en ambas ecuaciones.
  - Ahora se igualan ambas expresiones encontradas.
  - Se resuelve la ecuación de una incógnita resultante.
  - El valor encontrado se sustituye en una de las ecuaciones y se obtiene la solución al sistema.

$$2x + 3y = 1 \quad e \quad 3x + 5y = 2$$

Despejando

$$x = \frac{1-3y}{2} \quad e \quad x = \frac{2-5y}{3}$$

Sustituyendo la expresión

$$\frac{1-3y}{2} = \frac{2-5y}{3}$$
$$3 - 9y = 4 - 10y$$
$$y = 1$$

Sustituyendo el valor

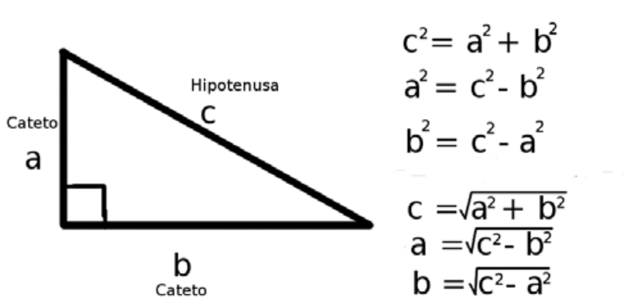
$$x = \frac{1-3(1)}{2}$$
$$x = -1$$

Así las soluciones son $x = -1$ *e* $y = 1$.

2. Trigonometría

Es necesario tener conocimientos básicos sobre trigonometría para facilitar la resolución de problemas físicos, el teorema de Pitágoras, los triángulos notables y las razones trigonométricas son herramientas utilizadas para solución de problemas.

Teorema de Pitágoras

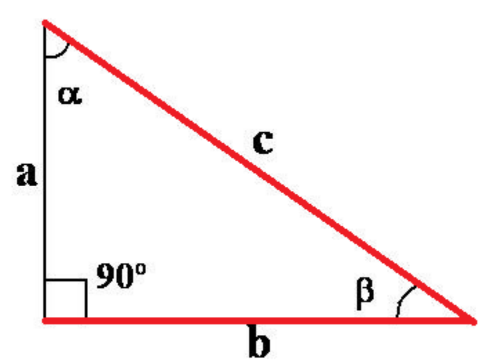


El teorema de Pitágoras nos indica que en todo triangulo rectángulo se cumple que el cuadrado de la magnitud de la hipotenusa (el lado de mayor tamaño) es igual a la suma de los cuadrados de cada uno de los catetos.

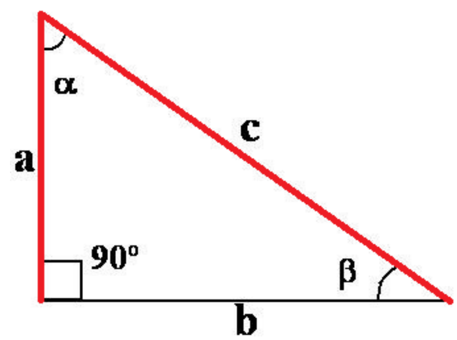
Razones trigonométricas

Se define comúnmente a las razones trigonométricas como la razón entre dos lados de un triángulo rectángulo asociados a uno de sus ángulos agudos.

Considerando el siguiente triangulo rectángulo con hipotenusa "c" y cuyos catetos son el lado "a" y "b" podemos decir que el lado "b" es el lado **adyacente** respecto al ángulo β ya que entre el lado "b" y la hipotenusa "c" se forma dicho ángulo. El lado a es el lado **opuesto** al ángulo β.



Ahora si analizamos el mismo triangulo pero ahora respecto al ángulo α
El lado “a” será ahora nuestro lado **adyacente** y el lado b será nuestro lado **opuesto**.



Por tanto las razones trigonométricas para este triángulo son:

- Para el ángulo α

$\sin\alpha = \frac{b}{c}$; *seno*

$\cos\alpha = \frac{a}{c}$; *coseno*

$\tan\alpha = \frac{b}{a}$; *tangente*

$\csc\alpha = \frac{c}{b}$; *cosecante*

$\sec\alpha = \frac{c}{a}$; *secante*

$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{a}{b}$; *cotangente*

- Para el ángulo β

$\sin\beta = \frac{a}{c}$; *seno*

$\cos\beta = \frac{b}{c}$; *coseno*

$\tan\beta = \frac{a}{b}$; *tangente*

$\csc\beta = \frac{c}{a}$; *cosecante*

$\sec\beta = \frac{c}{b}$; *secante*

$\operatorname{ctg}\beta = \frac{b}{a}$; *cotangente*

También es útil recordar para el triángulo anterior

$$\sin\beta = \cos\alpha$$
$$\cos\beta = \sin\alpha$$
$$(\sin\alpha)^2 + (\cos\alpha)^2 = 1$$
$$(\sin\beta)^2 + (\cos\beta)^2 = 1$$

PROBLEMAS RESUELTOS

Problema 1

En una competencia Pablito reta a Bryan a una competencia en sus carros sobre la avenida Jerusalén, si Bryan se mueve a velocidad constante de $15\, m/s$ y Pablito le mete la pata a su carro y se desplaza con aceleración constante de $3.0\, m/s^2$, ¿quién llegará primero si la distancia que recorren es de $100\, m$?

SOLUCIÓN:

Paso 1: Anotar los datos. Bryan se mueve a velocidad constante de 15 m/s, V_B=15 m/s. Pablito tiene una aceleración de a_P= 3.0 m/s^2. La distancia a recorrer por ambos es de 100 m.

Paso 2: Analizar el problema. Pablito parte del reposo, pero posee aceleración, mientras que Bryan no posee aceleración, pero empieza y mantiene una velocidad constante en todo el recorrido. Se debe encontrar cuál de los dos llega primero a la meta es decir, se debe encontrar el tiempo que le toma a cada uno recorrer la distancia de 100m y quien la recorra en menos tiempo es quien llega primero. Se puede dividir el problema en dos secciones, el recorrido de Pablito y el de Bryan.

Paso 4: Decidir qué ecuaciones, nos pueden ayudar a resolver el problema.

Recorrido de Bryan:
Se puede utilizar la ecuación 4 y despejar el tiempo de ella, de tal forma que:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{100\, m}{15\, m/s} = 6.67\, s$$

Recorrido de Pablito:
Podemos partir de la ecuación 11 y sabiendo que la velocidad inicial de Pablito es cero tenemos que:

$$\Delta \mathrm{x} = \frac{1}{2}\mathrm{a_x t^2}$$

Se despeja el tiempo de tal forma que:

$$t^2 = \frac{2\, \Delta x}{a_x} \quad \rightarrow t = \sqrt{\frac{2\, \Delta x}{a_x}} = \sqrt{\frac{2\,(100\, m)}{3.0\ m/s^2}} = \sqrt{66.67\, s^2} = 8.16\, s$$

A Bryan le toma 6.67 s finalizar el recorrido, mientras que a Pablito le toma 8.16 s, por lo tanto, Bryan llega primero.

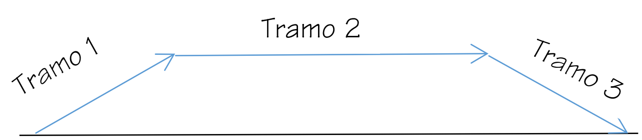
Problema 2

Un vehículo parte del reposo y acelera a una tasa de 2.0 m/s2 durante 22 s, viaja con una rapidez constante 1 minuto y frena completamente a un ritmo de 3.2 m/s^2. Calcule la distancia total recorrida.

SOLUCIÓN:

Paso 1: Anotar los datos.
El problema se puede dividir en tres tramos. En el primer tramo, el vehículo parte del reposo, es decir V_1=0 m/s, acelera a un ritmo de 2.0 m/s^2, por lo tanto a_1=2.0 m/s^2 y esto ocurre durante 22 s, lo que implica que t_1=22s. Durante el segundo tramo, se mantiene una velocidad constante V_2 y mantiene este movimiento durante un minuto, por lo tanto t_2=1 min. Finalmente, en el tercer tramo, el vehículo frena a un ritmo de 3.2 m/s^2, por lo tanto a_3=-3.2 m/s^2, ya que el vehículo frena completamente V_3=0 m/s.

Paso 2: Dibujar un esquema.



Paso 3: Analizar el problema. El vehículo acelera desde el reposo, la velocidad con la que finaliza el tramo 1 es la misma velocidad con la que inicia el tramo 2, dicha velocidad se mantiene constante durante todo este tramo y es la velocidad inicial del tramo 3.

Paso 4: Decidir qué ecuaciones, nos pueden ayudar a resolver el problema. Se puede calcular la distancia recorrida para cada tramo.

Para el tramo 1, se puede utilizar la ecuación 5. Sólo que en nuestro caso, no queremos la posición final del automóvil, sino, la distancia recorrida, por lo tanto:

$$x - x_0 = v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

Sustituimos valores:

$$\Delta x_1 = (0)(22s) + \frac{1}{2}(2.0\,m/s^2)(22s)^2$$
$$= 0 + 484\,m = 484\,m$$

Para el tramo 2, podemos utilizar la ecuación 4 ya que este tramo representa un MRU, se debe tomar en cuenta que las unidades deben ser las correctas, al sustituir los valores y que se debe encontrar la velocidad final del tramo 1, para conocer la velocidad del tramo 2, para lo cual se puede utilizar la ecuación 9.

$$v_2 = v_1 + a_1 t = 0 + (2.0\,m/s^2)(22s) = 44\,m/s$$

$$\Delta x_2 = v_2 \Delta t_2 = (44\,m/s)(60s) = 2640\,m$$

Para el tramo 3, ya se conoce la velocidad inicial, pero se desconoce el tiempo, por lo que se pudiera utilizar la ecuación 12. Se debe tomar en cuenta que el cuerpo está frenando, por lo tanto la aceleración es negativa.

$$v_3{}^2 = v_2{}^2 + 2a_3(\Delta x_3)$$

$$\frac{v_3{}^2 - v_2{}^2}{2a_3} = \Delta x_3$$

$$\Delta x_3 = \frac{0^2 - (44\frac{m}{s})^2}{2(-3.2\,m/s^2)} = \frac{-1936\ m^2/s^2}{-6.4\,m/s^2} = 302.5\,m$$

Finalmente, al conocer las distancias recorridas en cada tramo, sólo se deben sumar y se conocerá la distancia total recorrida por el vehículo.

$$\Delta x = 484\,m + 2640\,m + 302.5\,m = 3426.5\,m$$

Problema 3

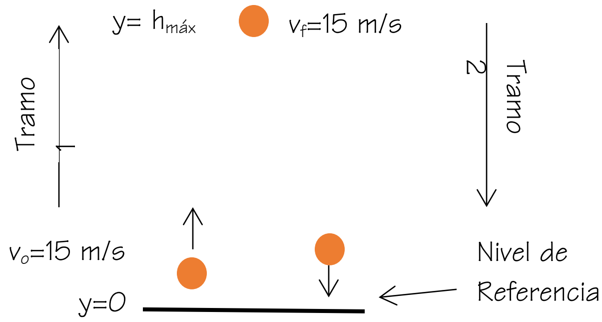
Un mal malabarista lanza objetos verticalmente, de tal forma que siempre caen exactamente en el mismo lugar donde fueron lanzados, nota que al lanzar una pelota con un valor de velocidad inicial de 15 m/s, ésta sube, se detiene por un instante y luego vuelve a caer y al llegar al mismo lugar donde fue lanzada tiene el mismo valor de la velocidad inicial. ¿Qué altura máxima alcanzó la pelota?

SOLUCIÓN:

Paso 1: Anotar los datos.

Vo=15 m/s, si se divide el problema en dos tramos (subida y bajada), se puede resolver, sólo con un tramo, tomemos la subida, por lo tanto **Vf=0 m/s.** Ya que el objeto está cayendo, la aceleración que actúa en este sistema es la aceleración debida a la gravedad, por lo tanto **a=-9.8m/s**^{2}.

Paso 2: Dibujar un esquema, no importa si es un esquema muy simple. Ayuda a plasmar las ideas en un papel y comprender de manera más fácil un problema.



Paso 3: Analizar el problema. Una pelota es lanzada a 15 m/s, ya que la aceleración debida a la gravedad actúa sobre ella, ésta disminuye la velocidad, poco a poco, hasta que llega a un punto en el cual la velocidad es cero, este punto, corresponde a la altura máxima que alcanza la pelota; luego debido a la gravedad (que siempre actúa sobre la pelota), ésta comienza a aumentar su rapidez, pero hacia abajo, hasta que el valor de la velocidad vuelve a ser 15 m/s.

Paso 4: Decidir qué ecuaciones, nos pueden ayudar a resolver el problema. La ecuación 12, nos muestra una relación entre distancia recorrida, aceleración y velocidades en dos puntos distintos. Dicha ecuación, está planteada para la dirección x, sólo se debe ajustar al problema, de la siguiente manera.

$$v_f{}^2 = v_0{}^2 + 2(-g)(y_f - y_0)$$

El problema nos pide encontrar la altura máxima, es decir, y_f, por lo tanto hay que despejarla de la ecuación.

$$\frac{v_f{}^2 - v_0{}^2}{2(-g)} = (y_f - y_0)$$

$$\frac{v_f{}^2 - v_0{}^2}{2(-g)} + y_0 = y_f$$

Nota: Es aconsejable, hacer las sustituciones al final, luego de haber despejado la variable que se busca y verificar que las unidades resultantes concuerden con la variable que se busca.

$$\frac{0^2 - (15\, m/s)^2}{2(-9.8\, m/s^2\,)} + 0 = y_f$$

$$y_f = \frac{-225\ m^2/s^2}{(-19.6\, m/s^2\,)} = 11.48\, m$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

Ejercicio1
En el ejemplo 2 suponga que Juan en vez de ir de una meta a otra, 6 veces, lo hizo 5 veces. Calcule la magnitud del desplazamiento y la distancia recorrida.

Ejercicio 2
En el ejemplo 3 suponga que inicia en el extremo de la pista que está más al norte, y se recorre 7 vueltas y media. Calcule la distancia recorrida y el desplazamiento, sabiendo que la pista es circular y que su diámetro es aproximadamente 32 metros.

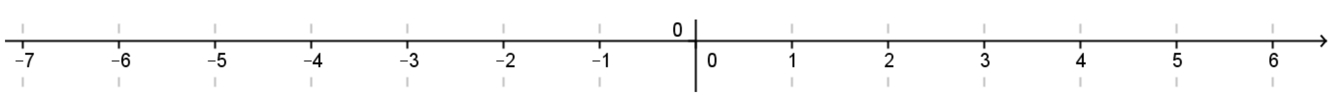
Ejercicio 3
¿Puede ser menor la distancia recorrida que la magnitud del desplazamiento? De un ejemplo y corrobórelo. Si su respuesta es no, justifique por qué no es posible.

Ejercicio 4
Resuelva el ejemplo 4, coloca el origen en la superficie del mar,
a) Escriba las posiciones inicial y final del tomate,
b) Encuentre el desplazamiento
c) Encuentre la distancia total recorrida

Ejercicio 5:
Resolver el ejemplo 5 teniendo en cuenta que la distancia entre la lona del trampolín y el piso es de 1.2m y colocando el origen a la altura del piso. Considere siempre el sentido positivo hacia arriba.

Ejercicio 6:
Un submarino hace un descenso durante está inmerso, tomando hacia arriba como positivo, el submarino se desplaza $-48m$ y entonces su medidor marca una profundidad de 70m, es decir la posición $-70m$. ¿Cuál era su posición inicial respecto al nivel de la superficie?

Ejercicio 7
Si la velocidad media de un repartidor de pizza al viajar en la calle mostrada abajo, fue de -2.5km/h y sabemos que partió de 0 y tardó 2 horas en su recorrido,



a) Encuentre la posición final del repartidor.
b) Encuentre la posición final ahora suponiendo que partió desde -3
c) Suponiendo que la distancia recorrida es el doble que la magnitud del desplazamiento ¿Cuál es el valor de la rapidez media?

Ejercicio 8:

Si un automóvil se mueva avanzando siempre la misma distancia por unidad de tiempo, (rapidez constante), pero no se desplaza en línea recta ¿Su velocidad es constante?

Ejercicio 9:

Un niño lanza su carrito de juguete con desaceleración constante, si el carrito cubre una distancia de 10.0 m entre dos puntos, solo en 15 s. El carrito tiene una velocidad de 0.5 m/s al pasar por el segundo punto. ¿Qué rapidez tenía el carrito al pasar por el primer punto? ¿Qué aceleración tiene el carrito?

Ejercicio 10:

Fátima lanza una pelota hacia arriba, ésta alcanza una altura máxima de 2.0 m, desde el nivel que ella lanzó la pelota. ¿Qué rapidez inicial tiene la pelota? ¿Cuánto tiempo permanece en el aire?

Ejercicio 11:

Se deja caer una porción de pizza (en aras de la ciencia) desde el último nivel de un edificio. La porción de pizza se tarda en caer 4.0 s. despreciando la resistencia del aire. ¿Qué altura tiene el edificio? ¿Cuál es la rapidez final de la porción de pizza?

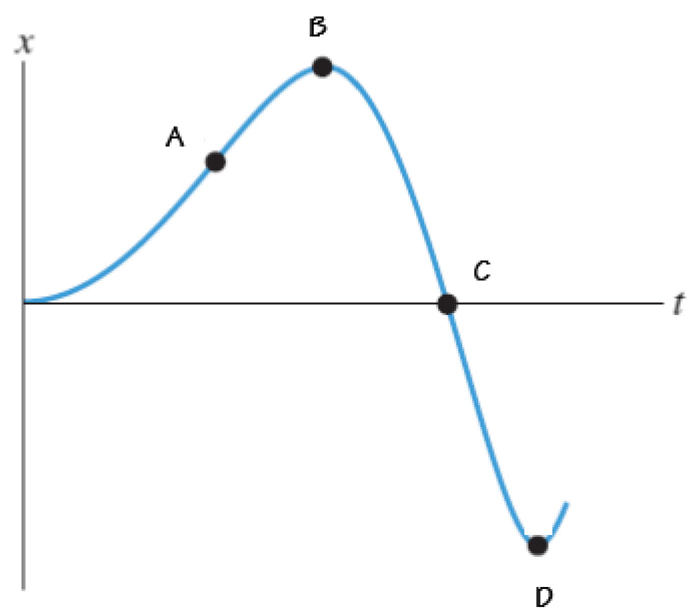
Ejercicio 12:

Desde un globo aerostático se deja caer una roca. ¿Cuánto tiempo le toma caer 50 m, desde que es soltada? ¿Cuánto tiempo le toma caer los siguientes 50 m?

Ejercicio 13:

La gráfica es una gráfica x-t del movimiento de una partícula.

a) Ordene los valores de la velocidad v_x de la partícula en los puntos A, B, C y D del más negativo al más positivo.
b) ¿En qué puntos v_x es negativa?
c) ¿En cuáles puntos v_x es positiva?
d) ¿En cuáles es cero?
e) Ordene los valores de la rapidez de la partícula en los puntos A, B, C, y D del más rápido al más lento.



Selección múltiple

1. Cuando la trayectoria no coincide con el desplazamiento la distancia recorrida es
   a) Menor que la magnitud del desplazamiento
   b) Igual que la magnitud del desplazamiento
   c) Mayor que la magnitud del desplazamiento

2. La distancia recorrida puede ser
   a) Positiva solamente
   b) Puede ser positiva o negativa
   c) Negativa solamente

3. ¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones es correcta?
   a) La rapidez media puede ser negativa o positiva depende del sentido del desplazamiento.
   b) La rapidez media solo es positiva, pues tanto la distancia recorrida como el tiempo son positivos, y como la velocidad es la división de estos dos, entonces es positiva.
   c) En un mismo desplazamiento la rapidez media es mayor o igual a la magnitud de la velocidad media, porque la rapidez siempre es mayor o igual que la magnitud del desplazamiento.

4. ¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas?
   a) La velocidad media es un vector que tiene magnitud y sentido, por eso puede representarse con un número negativo o positivo, dependiendo del sistema de referencia.
   b) La velocidad media es siempre positiva porque el móvil cuando se mueve siempre se desplaza cierta distancia y esta distancia es siempre positiva.
   c) La velocidad media puede ser cero, aunque el desplazamiento no sea cero.

BIBLIOGRAFÍA

[1] Física Universitaria, Volumen 1. Decimosegunda edición, Young, Hugh D. y Roger A. Freedman, Pearson Educación, México 2009. Capítulo 2.
[2] Fundamentals of physics.-8th ed., Extended/David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker; John Wiley & Sons, Inc. 2008. Capítulo 2.
[3] Física Vol. I. Cuarta Edición (Tercera en Español), Resnick, Halliday & Krane. Compañía editorial Continental. México, 1999
[4] Física General, Santiago Burbano de Ercilla, editorial Tebar.
[5] Material de apoyo VIII OSF 7º Grado.

Sitios web de donde fueron tomadas algunas imágenes:

- (Pollo corriendo) http://www.bigstockphoto.com/es/image-48666077/stock-vector-pollo-corriendo-a-toda-prisa?&video=2
- (Fuente de agua) http://pixabay.com/es/el-agua-fuente-juego-jugando-papel-48692/
- (Faro) http://bunkerpop.mx/bunker-neta/10-inventos-que-mataron-a-sus-creadores/
- (Trampolín) http://articulo.mercadolibre.com.mx/MLM-476158388-brincolin-trampolin-tumbling-tombling-24-m-8ft-_JM

Nota: Gran parte del material es elaborado completamente por los autores del presente documento.

Por: Lic. Aida Mendieta, Prof. Josué Castillo, Kevin Vega, Ignacio Oliva, Alexander Merlos, Julio Chorro, Amanda Nerio, Valerie Domínguez, Miguel Castro, Prof. Bryan Escalante, Guillermo Rivera, René Villela y Mario Alvarado.

Enero de 2016